http://www.a2zsubjects.com

ROLL No. _____

LS—153

ANNUAL EXAMINATION, 2014

B. Sc. III

MATHEMATICS

Paper III

[Discrete Mathematics]

Time : Three Hours] **[M. M. : 50**

*नोट : सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

*Note : Attempt all the **five** questions. Solve any two parts from each question. All questions carry equal marks.*

इकाई – I / UNIT – I

1. (अ) आगमन (गणितीय) विधि से साबित करें कि—

$$1\cdot2\cdot3 + 2\cdot3\cdot4 + 3\cdot4\cdot5 + \ldots\ldots + n(n+1)(n+2) = n\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

P. T. O.

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com

Prove by mathematical induction

$$1\cdot2\cdot3 + 2\cdot3\cdot4 + 3\cdot4\cdot5 + \ldots\ldots + n(n+1)(n+2) = n\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

(ब) साबित करें कि संख्या n के लिए, $(11)^{n+2} + (12)^{2n+1}$ संख्या 133 से भाग लगने योग्य है।

Show that for any integer n, $(11)^{n+2} + (12)^{2n+1}$ is divisible by 133.

(स) आगमन-निर्गमन प्रमेय को लिखें एवं साबित करें।

http://www.a2zsubjects.com

State and prove the Inclusion-Exclusion principle.

इकाई – II / UNIT – II

2. (अ) साबित करें कि n अवयवों का डीरेंजमेंट की संख्या है—

$$D_n = \lfloor n \left[\frac{1}{\lfloor 1} - \frac{1}{\lfloor 2} - \frac{1}{\lfloor 3} + \ldots\ldots + (-1)^n \frac{1}{\lfloor n}\right].$$

Prove that the number of derangements of n objects is equal to

$$D_n = \lfloor n \left[\frac{1}{\lfloor 1} - \frac{1}{\lfloor 2} - \frac{1}{\lfloor 3} + \ldots\ldots + (-1)^n \frac{1}{\lfloor n}\right].$$

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com

(ब) यदि R और S, समुच्चय X में समतुल्य सम्बन्ध है तो साबित करें कि $R \cap S$ भी समुच्चय X में समतुल्य सम्बन्ध है।

If R and S be equivalence relations in the set X; then prove that $R \cap S$ is an equivalence relation in X.

(स) माना कि समुच्चय X, 2× 2 का वास्तविक आव्यूह है। माना

$x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$, $y = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{bmatrix}$ जहाँ $x, y \in X$ और सम्बन्ध $x \leq y$ का मतलब है—

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq y_1 + y_2 + y_3 + y_4$$

साबित करें कि सम्बन्ध ≤ समुच्चय X पर आंशिक सम्बन्ध नहीं है।

Let X be the set of all 2 × 2 real matrices. Let

$$x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{bmatrix},$$

where $x, y \in X$ and the relation $x \leq y$ has the meaning $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq y_1 + y_2 + y_3 + y_4$. Prove that ≤ is not a partial order relation on the set X.

इकाई – III / UNIT – III

3. (अ) निम्नलिखित को परिभाषित करें—

(i) Isolated vertex,

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com

(ii) Pendant vertex,

(iii) In-Degree and Out-Degree of a vertex.

Define the followings :

(i) Isolated vertex,

(ii) Pendant vertex,

(iii) In-Degree and Out-Degree of a vertex.

(ब) परिमित अवस्था मशीन M इस प्रकार निर्मित करें जो दो बाइनरी संख्या को जोड़ सके।

Design a finite state machine M which can add two binary numbers.

(स) पम्पिंग उपसाध्य को लिखें एवं साबित करें।

State and prove "Pumping Lemma".

इकाई – IV / UNIT – IV

4. निम्नलिखित अन्तर समीकरण को हल करें—

(a) $a_{r+2} - 5a_{r+1} + 6a_r = 5^r$

(b) $a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 3r^2$.

Solving the following difference equation :

(a) $a_{r+2} - 5a_{r+1} + 6a_r = 5^r$

(b) $a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 3r^2$.

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com

(c) जनक फलन विधि से अन्तर समीकरण का हल ज्ञात करें—

$a_{r+2} - 3a_{r+1} + 2a_r = 0, r \geq 0, a_0 = 2, a_1 = 3.$

Solve by the method of generating functions of the difference equation :

$a_{r+2} - 3a_{r+1} + 2a_r = 0, r \geq 0, a_0 = 2, a_1 = 3.$

इकाई – V / UNIT – V

5. (अ) निम्नलिखित को परिभाषित करें—

(i) Complete lattice,

(ii) Distributive lattice,

(iii) Complemented lattice,

(iv) Modular lattice.

Define the following terms :

(i) Complete lattice,

(ii) Distributive lattice,

(iii) Complemented lattice,

(iv) Modular lattice.

(ब) यदि (B, +, ·, ′) एक बूलीय बीजगणित है तो निम्नलिखित को साबित करें कि वे समतुल्य हैं—

(i) $a \cdot b' = 0$,

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com

(ii) $a + b = b$,

(iii) $a' + b = 1$,

(iv) $a \cdot b = a$.

If (B, +, ·, ′) is a Boolean Algebra, then prove that the following statements are equivalent :

(i) $a \cdot b' = 0$,

(ii) $a + b = b$,

(iii) $a' + b = 1$,

(iv) $a \cdot b = a$.

(स) बोले प्रसार प्रमेय को लिखें एवं सिद्ध करें।

State and prove Boole's expansin theorem.

— A —

LS-153

इकाई –III/ unit-III

3. (a) निम्नलिखित को परिभाषित करें।

(i) वियुक्त शीर्ष (ii) आलम्ब शीर्ष

(iii) आगमन घात और बाह्य गमन घात शीर्ष

Define the followings.

(i) Isolated vertex (ii) Pendant vertex

(ii) In-Degree and Out-Degree of a vertex.

http://www.a2zsubjects.com

http://www.a2zsubjects.com