

[ 2 ]

ROLL No. \_\_\_\_\_

## LS-131

ANNUAL EXAMINATION, 2014

B. Sc. II

MATHEMATICS

Paper II

[ Differential Equations ]

Time : Three Hours

[ M. M. : 50 ]

**नोट :** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note :** Attempt all the five questions. Solve any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई - I / UNIT - I

1. (अ) अवकल समीकरण  $xy'' + y = 0$  का हल ज्ञात कीजिए।

Find the solution of differential equation  $xy'' + y = 0$ .

(ब) सिद्ध कीजिए कि—

$$\frac{d}{dx}(x J_n J_{n+1}) = x (J_n^2 - J_{n+1}^2).$$

P. T. O.

Prove that :

$$\frac{d}{dx}(x J_n J_{n+1}) = x (J_n^2 - J_{n+1}^2).$$

(स) स्टर्म-ल्यूविल समस्या

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + \lambda y = 0, y'(1) = 0 = y'(e^{2\pi}),$$

$$\lambda \geq 0, x > 0$$

के आइगेन मानों और आइगेन फलनों को प्राप्त कीजिए।

Obtain the eigen values and eigen functions of the Sturm-Liouville problem

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + \lambda y = 0, y'(1) = 0 = y'(e^{2\pi}),$$

$$\lambda \geq 0, x > 0.$$

इकाई - II / UNIT - II

2. (अ)  $L(e^t \cos^2 t)$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $L(e^t \cos^2 t)$ .

$$(ब) L^{-1} \left\{ \frac{3p+2}{2p^2 - 4p + 3} \right\} \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

$$\text{Find the value of } L^{-1} \left\{ \frac{3p+2}{2p^2 - 4p + 3} \right\}.$$

LS-131

[ 3 ]

- (स) लाप्लास रूपांतरण के प्रयोग से निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए—

$$(D^2 + 9)y = \cos 2t \text{ यदि } y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

Using Laplace transformation, solve the following differential equation

$$(D^2 + 9)y = \cos 2t \text{ if } y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

इकाई - III / UNIT - III

3. (अ) हल कीजिए—

$$y^2 p - xyq = x(z - 2y).$$

Solve :

$$y^2 p - xyq = x(z - 2y).$$

- (ब) पूर्ण हल ज्ञात कीजिए—

$$pz = 1 + q^2.$$

Find the complete solution of

$$pz = 1 + q^2.$$

- (स) अवकल समीकरण  $z = px + qy + p^2 + q^2$  का पूर्ण हल ज्ञात कीजिए। इसका व्यापक तथा विचित्र हल भी ज्ञात कीजिए।

Find the complete solution of the differential equation  $z = px + qy + p^2 + q^2$ . Also find its general and singular solutions.

[ 4 ]

इकाई - IV / UNIT - IV

4. (अ) हल कीजिए—

$$25r - 40s + 16t = 0.$$

Solve :

$$25r - 40s + 16t = 0.$$

- (ब) हल कीजिए—

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)z = e^{x+2y}.$$

Solve :

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)z = e^{x+2y}.$$

- (स) मोन्जे विधि से हल कीजिए—

$$pt - qs = q^3.$$

Solve by Monge's method :

$$pt - qs = q^3.$$

इकाई - V / UNIT - V

5. (अ) उन बक्रों को ज्ञात कीजिए जिन पर फलनक I [y(x)] =  $\int_1^2 \frac{x^3}{y^2} dx$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y(2) = 3$  का चरम मान प्राप्त किया जा सकता है। <http://www.a2zsubjects.com>

[ 5 ]

Find the curves on which the extremal value of  
the functional  $I[y(x)] = \int_1^2 \frac{x^3}{y^2} dx$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y(2) = 3$  can be obtained.

- (ब) परवलय  $y = x^2$  और सरल रेखा  $x - y = 5$  के बीच की  
लघुतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the parabola  
 $y = x^2$  and the straight line  $x - y = 5$ .

- (स) फलनक  $I(y) = \int_0^2 (e^{y'} + 3) dx$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(2) = 1$  के  
चरम के लिए परीक्षण कीजिए।

Test for an extremum of the functional

$$I(y) = \int_0^2 (e^{y'} + 3) dx, y(0) = 0, y(2) = 1.$$

— A —