

Roll No. ....

**D-3648**

**B. Sc. (Part II) EXAMINATION, 2020**

MATHEMATICS

Paper First

**(Advanced Calculus)**

*Time : Three Hours ]*

*[ Maximum Marks : 50*

**नोट :** सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Solve any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

**इकाई—1**

**(UNIT—1)**

1. (अ) प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम परिबद्ध होता है, तथापि इसका विलोम सदैव सत्य नहीं है।

Every convergent sequence is bounded, but converse is not true.

- (ब) श्रेणी

$$2x + \frac{3x^2}{8} + \frac{4x^3}{27} + \dots x > 0$$

के अभिसरण या अपसरण का परीक्षण कीजिए।

**(A-69) P. T. O.**

Test the convergence or divergence of the series :

$$2x + \frac{3x^2}{8} + \frac{4x^3}{27} + \dots x > 0$$

- (स) एकान्तर श्रेणी के लिए लाइब्निज परीक्षण लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Leibnitz's test for alternating series.

### इकाई—2

#### (UNIT—2)

2. (अ) परिवद्धता प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Boundedness theorem.

- (ब) रोले प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Rolle's theorem.

- (स) मध्यमान प्रमेय की सहायता से सिद्ध कीजिए कि यदि  $x > 0$  हो, तो :

$$\log_{10}(1+x) = \frac{x \log_{10} e}{1+\theta_x}, \text{ जहाँ } 0 < \theta < 1$$

If  $x > 0$ , then show by mean value theorem, that :

$$\log_{10}(1+x) = \frac{x \log_{10} e}{1+\theta_x}, \text{ where } 0 < \theta < 1.$$

### इकाई—3

#### (UNIT—3)

3. (अ) यदि  $u = e^{xyz}$ , तो दर्शाइए कि :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y \partial z} = (1 + 3xyz + x^2 y^2 z^2) e^{xyz}$$

If  $u = e^{xyz}$ , show that :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y \partial z} = (1 + 3xyz + x^2 y^2 z^2) e^{xyz}$$

- (ब) समीकरण

$$\sin^2 2z \frac{d^2 y}{dz^2} + \sin 4z \frac{dy}{dz} + 4y = 0$$

का रूपान्तरण  $\tan z = e^x$  रखकर कीजिए।

Transform the equation :

$$\sin^2 2z \frac{d^2 y}{dz^2} + \sin 4z \frac{dy}{dz} + 4y = 0$$

by the substitution  $\tan z = e^x$ .

- (स) यदि :

$$u_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}$$

$$u_2 = \frac{x_1 x_3}{x_2}$$

और 
$$u_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$$

तो सिद्ध कीजिए कि :

$$J(u_1, u_2, u_3) = 4.$$

If :

$$u_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}$$

$$u_2 = \frac{x_1 x_3}{x_2}$$

and 
$$u_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$$

then prove that :

$$J(u_1, u_2, u_3) = 4.$$

[ 4 ]

D-3648

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) सरल रेखाओं के कुल :

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$$

का अन्चालोप ज्ञात कीजिए, जहाँ  $\alpha$  प्राचल है। ज्यामिति व्याख्या कीजिए।

Find the envelope of the family of straight lines :

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$$

where the parameter is the angle  $\alpha$ . Give the geometrical interpretation.

- (ब) मूलबिन्दु से समतल
- $x + 2y - 2z - 12 = 0$
- की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the minimum distance from the origin to the plane  $x + 2y - 2z - 12 = 0$ .

- (स) सिद्ध कीजिए कि एक गोले के अन्तर्गत महत्तम आयतन वाला आयताकार ठोस एक घन होता है।

Prove that the rectangular parallelepiped of maximum volume that can be inscribed in a sphere is a cube.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) सिद्ध कीजिए कि :

$$B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}} (m, n > 0)$$

Prove that :

$$B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}} (m, n > 0)$$

(A-69)

[ 5 ]

D-3648

- (ब) मूल्यांकन कीजिए :

$$\iiint_V z \, dx \, dy \, dz$$

जहाँ समाकलन प्रदेश  $V$  एक बेलन है जो निम्न पृष्ठों से परिबद्ध है :

$$z = 0$$

$$z = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4.$$

Evaluate :

$$\iiint_V z \, dx \, dy \, dz$$

where the region of integration  $V$  is a cylinder, which is bounded by the following surface :

$$z = 0$$

$$z = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4.$$

- (स) समाकलन :

$$\int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{\sqrt[3]{ax}} dx \, dy$$

के क्रम को बदलकर मूल्यांकन कीजिए।

Change the order of integral  $\int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{\sqrt[3]{ax}} dx \, dy$  and

evaluate it.

(A-69) P. T. O.

[ 6 ]

D-3648

D-3648

3,300

(A-69)