

Roll No.

Y-2118

U03 A15

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2015

MATHEMATICS

Paper First

(Algebra and Trigonometry)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न के दो भागों को हल कीजिए।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Answer any *two* parts of
each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) कैले-हैमिल्टन प्रमेय को लिखिए और इसकी सहायता से नीचे
दिए आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

State Caley-Hamilton theorem and find inverse of the
following matrix with the help of above theorem :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (ब) k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्नलिखित आव्यूह की
जाति 3 हो :

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

Find the value of k , for which given matrix has rank 3 :

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \end{bmatrix}$$

- (स) निम्नलिखित आव्यूह को प्रसामान्य रूप में बदलकर जाति ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

By changing into normal form find the rank of given matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) यदि $\omega, \omega^2, \omega^3, \dots, \omega^{n-1}$ इकाई के $(n-1)$ घात के सम्मिश्र मूल हों तो सिद्ध कीजिए :

$$(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^3) \dots (1 - \omega^{n-1}) = n$$

If $\omega, \omega^2, \omega^3, \dots, \omega^{n-1}$ are $(n-1)$ complex roots of unity then show that :

$$(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^3) \dots (1 - \omega^{n-1}) = n$$

- (ब) यदि दिए हुए उपर्युक्त समीकरण के मूल हरात्मक श्रेणी में हों तो सिद्ध कीजिए :

$$27r^3 - 9pqr + 2q^3 = 0$$

जब :

$$x^3 - px^2 + qx - r = 0$$

If the roots of the following equations are in H. P. then show that :

$$27 r^3 - 9 pqr + 2 q^3 = 0$$

when :

$$x^3 - px^2 + qx - r = 0$$

(स) निम्नलिखित समीकरण को कार्डन विधि से हल कीजिए :

$$35 x^3 - 18 x^2 + 1 = 0$$

Solve the following equation by Carden's method :

$$35 x^3 - 18 x^2 + 1 = 0$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) सिद्ध कीजिए कि इकाई के घन मूलों का समुच्चय गुणा के सापेक्ष एक आबेली समूह होता है।

Show that the set of cube root of unity is an abelian group with respect to multiplication.

- (ब) निम्नलिखित समूह के हर अवयव की कोटि ज्ञात कीजिए जबकि द्विचर संक्रिया “योग मॉड्यूलो 6” है :

$$G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, +_6\}$$

Find the order of each element of the following group with binary operation “addition modulo 6” :

$$G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, +_6\}$$

- (स) तत्समक अवयव और किसी अवयव a का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए जबकि द्विचर संक्रिया निम्न प्रकार परिभाषित है :

$$a * b = a + b - ab$$

Find the identity and inverse of any element a whose binary operation is defined by :

$$a * b = a + b - ab$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) कौली प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।
State and prove Cayley's theorem.
- (व) उपवलय को परिभाषित कीजिए और सिद्ध कीजिए कि एक उपसमुच्चय S उपवलय होता है। यदि और केवल यदि :

$$a - b \in S, ab \in S \quad \forall a, b \in S$$

Define subring and prove that for a subset S to be a subring is given by :

$$a - b \in S, ab \in S \quad \forall a, b \in S$$

- (स) पूर्णांकीय प्रांत, क्षेत्र, डिवाइजन वलय और वलय को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

Define integral domain, field, division ring and ring with example.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) सिद्ध कीजिए :

$$(1 + i)^n + (1 - i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cdot \cos \frac{n\pi}{4}$$

Prove that :

$$(1 + i)^n + (1 - i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cdot \cos \frac{n\pi}{4}$$

- (ब) निम्नलिखित का मूल्य ज्ञात कीजिए :

$$(-1)^{1/5}$$

Find the value of :

$$(-1)^{1/5}$$

- (स) सिद्ध कीजिए : $\tanh^{-x} = \sinh^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

$$\text{Prove that : } \tanh^{-x} = \sinh^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$