

# MATHEMATICS

a2zSubjects.com

## Paper Second : 2017 Annual Calculus

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक इकाई से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

### UNIT - 1

(अ)  $\epsilon - \delta$  की विधि के प्रयोग से सिद्ध कीजिये कि :

By using  $\epsilon - \delta$  method, prove that :  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 + 8} = 3$

(ब) यदि  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ , तो सिद्ध कीजिये कि :

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0 \quad \text{तथा}$$

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0 \quad |$$

If  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ , then prove that :

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0 \quad \text{and}$$

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0$$

(स) मैकलॉरिन प्रयोग से  $x$  की आरोही घातों में  $\log\{1 - \log(1 - x)\}$  का  $x^3$  के पद तक

प्रसार कीजिये एवं  $x$  के स्थान पर  $\frac{x}{1+x}$  रखकर  $x^3$  के पद तक  $\log\{1 + \log(1 + x)\}$  के प्रसार का निगमन कीजिये।

a2zSubjects.com

Expand  $\log\{1 - \log(1 - x)\}$  in powers of  $x$  by Maclaurin's theorem as far as the term  $x^3$  and by substituting  $\frac{x}{1+x}$  for  $x$  deduce the expansion of  $\log\{1 + \log(1 + x)\}$  as far as the term in  $x^3$ .

### UNIT - 2

(अ) वक्र  $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$  की सभी अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये। Find all the asymptotes of the curve :

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$$

(ब) यदि वक्र  $y = a e^{x/a}$  के किसी बिन्दु पर अक्षों के समान्तर वक्रता जीवाओं की लम्बाई क्रमशः  $C_x$  और  $C_y$  हो, तो दर्शाइये कि :

If  $C_x$  and  $C_y$  be the chords of curvature parallel to the axes at any point of the curve  $y = a e^{x/a}$ , show that :

$$\frac{1}{C_x^2} + \frac{1}{C_y^2} = \frac{1}{2aC_x}$$

(स) वक्र  $y^3 = a^2x - x^3$  का अनुरेखण कीजिये। Trace the curve  $y^3 = a^2x - x^3$ .

### UNIT - 3

(अ)  $\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx$  का मान ज्ञात कीजिये।

Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx$ .

(ब) वक्र  $x(x^2 + y^2) = a(x^2 - y^2)$  के लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

Find the area of the loop of the curve :

$$x(x^2 + y^2) = a(x^2 - y^2)$$

(स) दर्शाइये कि वक्र  $(a - x)y^2 = a^2x$  को उसके अनन्तस्पर्शी के परितः परिक्रमण कराने से जनित ठोस का आयतन  $\frac{1}{2}\pi^2 a^3$  है।

Show that the volume of the solid generated by the revolution of the curve  $(a - x)y^2 = a^2x$  about its asymptote is  $\frac{1}{2}\pi^2 a^3$ .

### UNIT - 4

(अ) निम्नलिखित को हल कीजिये : Solve the following :

$$\cos x dy = y(\sin x - y) dx$$

(ब) वक्र कुल  $3xy = x^3 - a^3$  के लम्बकोणीय संचेदी ज्ञात कीजिये,  $a$  कुल का प्राचल है।

a2zSubjects.com

Find the orthogonal trajectories of the family of curves  $3xy = x^3 - a^3$ ,  $a$  being parameter of the family.

(स) निम्नलिखित को हल कीजिये : Solve the following :

$$(D^4 + 2D^2 + 1)y = x^2 \cos x.$$

**UNIT - 5**

(अ) निम्नलिखित को हल कीजिये : Solve the following :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x - 1) \frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$$

(ब) प्राचल वितरण की विधि से हल कीजिये :

solve by method of variation of parameters :

$$(D^2 - 2D + 1)y = \frac{e^x}{2x}$$

(स) निम्नलिखित को हल कीजिये : Solve the following :

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t \quad \frac{dx}{dt} - x + 3y = e^{2t}$$