

MATHEMATICS

a2zSubjects.com

Paper First : 2017 Annual Algebra and Trigonometry

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक इकाई से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

UNIT - 1

- (अ) प्राथमिक संक्रियाओं का प्रयोग कर निम्नलिखित मैट्रिक्स का प्रतिलोम ज्ञात कीजिये :
Use only elementary operations and find the inverse of matrix

given below :
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (ब) निम्नलिखित आव्यूह A को प्रसामान्य रूप में बदलकर उसकी जाति ज्ञात कीजिये :
Reduce the following matrix A into its normal form and find the rank of matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

- (स) निम्नलिखित मैट्रिक्स का अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिये एवं सिद्ध कीजिये कि यह कैले-हेमिल्टन प्रमेय को संतुष्ट करता है तथा A^{-1} भी ज्ञात कीजिये : Find the characteristic equation of the matrix A and prove that the matrix satisfies Cayley-Hamilton theorem & also find A^{-1} :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{a2zSubjects.com}$$

UNIT - 2

- (अ) निम्नलिखित समीकरणों को मैट्रिक्स विधि द्वारा हल कीजिये :
Solve the following equations by matrix method :

$$\begin{aligned} 2x - y + 3z &= 9 \\ x + y + z &= 6 \\ x - y + z &= 2 \end{aligned}$$

- (ब) यदि किसी समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के किन्हीं दो मूलों का योग तीसरे मूल के बराबर हो, तो सिद्ध कीजिये कि $p^3 - 4pq + 8r = 0$ ।
If the sum of any two roots is equal to third root of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, then prove that $p^3 - 4pq + 8r = 0$.
- (स) निम्नलिखित समीकरण के कार्डन विधि से हल कीजिये : Solve the equation by Cardon's method : $x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$

UNIT - 3

- (अ) यदि I एक अशून्य संख्याओं का समुच्चय है और एक सम्बन्ध R, xRy द्वारा परिभाषित है यदि $x^y = y^x$, जहाँ $x, y \in I$, तब क्या R एक तुल्यता सम्बन्ध है ?
If I is the set of non-zero integers and a relation R is defined by xRy if $x^y = y^x$, where $x, y \in I$. Is the relation R an equivalence relation ?
- (ब) समूहों के प्रतिलोम का परिवर्तनीय (विपर्यय) नियम का कथन कीजिये एवं सिद्ध कीजिये। State and prove Reversal law of inverses in groups.
- (स) सिद्ध कीजिये कि किन्हीं दो प्रसामान्य समूहों का सर्वनिष्ठ भी एक प्रसामान्य समूह होता है। Prove that the intersection of any two normal subgroups of a group is a normal subgroup.

UNIT - 4

- (अ) सिद्ध कीजिये कि समान कोटि के दो चक्रीय समूह समाकारी (आइसोमॉर्फिक) होते हैं।
Prove that, the two cyclic groups of equal orders are isomorphic.
- (ब) दर्शाइये कि किसी वलय $(R, +, \cdot)$ का उपसमुच्चय एक उपवलय होता है, यदि और केवल यदि : Show that a subset S of the ring $(R, +, \cdot)$ is a subring if :
(i) $a \in S, b \in S \Rightarrow a - b \in S, \quad \forall a, b \in S$
(ii) $a \in S, b \in S \Rightarrow a \cdot b \in S, \quad \forall a, b \in S$
- (स) सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णाकीय प्राप्त होता है।
Prove that every field is an integral domain.

UNIT - 5

- (अ) यदि n कोई धनात्मक संख्या हो, तो सिद्ध कीजिये : If n is any positive integer, then prove that : $(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{2^{n+1}} \cos \frac{n\pi}{4}$

(ब) हल कीजिये : Solve : $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$

- (स) सिद्ध कीजिये : Prove that :

$$64 \cos^7 \theta = \cos 7\theta + 7 \cos 5\theta + 21 \cos 3\theta + 35 \cos \theta$$