

**Paper First : 2012 Annual  
Algebra and Trigonometry**

**UNIT - 1**

(अ) प्रारम्भिक रूपान्तरण के उपयोग से आव्यूह A का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए : Use elementary transformations & find the inverse of matrix A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{a2zSubjects.com}$$

(ब) आव्यूह A की जाति तथा शून्यता ज्ञात कीजिए :  
Find the rank and nullity of the matrix A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

**OR**

(अ) आव्यूह A के आइगेन मान तथा संगत आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए :  
Determine the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matrix A :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

(ब) दर्शाइए कि आव्यूह A कैली-हैमिल्टन प्रमेय को संतुष्ट करता है।  
Show that matrix A satisfies Cayley-Hamilton theory.

**UNIT - 2**

(अ) आव्यूह विधि से निम्नलिखित समीकरणों का हल ज्ञात कीजिए :  
Solve the following equations by using matrix method :

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 14 \\ 3x + y + 2z &= 11 \\ 2x + 3y + z &= 11 \end{aligned} \quad \text{a2zSubjects.com}$$

(ब) बहुपदों का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए :  
Find the greatest common divisors of polynomials :  
 $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$ ,  $g(x) = x^2 - x - 2$

**OR**

(अ) समीकरण  $x^3 - 3x^2 - 16x + 48 = 0$  के मूलों को ज्ञात कीजिए, जबकि दो मूलों का योग शून्य है।

Find the roots of the equation :  $x^3 - 3x^2 - 16x + 48 = 0$   
when the sum of two roots is zero.

(ब) कार्डन विधि से त्रिघात समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :  $x^3 - 18x - 35 = 0$   
Solve the cubic equation by Cardon's method :  $x^3 - 18x - 35 = 0$

**UNIT - 3**

(अ) यदि किसी समुच्चय A में सम्बन्ध R तुल्यता सम्बन्ध है, तो सिद्ध कीजिए कि  $R^{-1}$  भी तुल्यता सम्बन्ध है।

If R is an equivalence relation in the set A, then prove that  $R^{-1}$  is also an equivalence relation.

(ब) अरिक्त उपसमुच्चय H किसी समूह G का उपसमूह होगा यदि और केवल यदि :  
If G is a group and H be a non-empty subset of G, then H is a subgroup of G if and only if :

$$a \in H, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$$

**OR**

(अ) लैग्रान्जे प्रमेय को लिखिए तथा सत्यापित कीजिए।

State and prove Lagrange's theorem.

(ब) गुणात्मक समूह  $G = \{1, \omega, \omega^2\}$  से तुल्यकारी नियमित क्रमचय समूह को ज्ञात कीजिए।

Find the regular permutation group isomorphic to the multiplicative group  $G = \{1, \omega, \omega^2\}$

**UNIT - 4**

(अ) यदि  $f$  समूह G का समूह G' में एक अन्तर्क्षेपी समकारिता है, तो सिद्ध कीजिए कि  $f$  का कर्नेल K, G का एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

If  $f$  is a homomorphism of a group G into group G' then prove that the kernel K of  $f$  is a normal subgroup of G.

(ब) सिद्ध कीजिए दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ भी एक उपवलय होता है।

Prove that the intersection of two subrings is a subring.

**OR**

(अ) सिद्ध कीजिए कि एक क्षेत्र उचित गुणजावली नहीं रखता है।

Prove that a field has no proper ideal.

(ब) सिद्ध कीजिए एक पूर्णाकीय प्रान्त का अभिलक्षण 0 या एक अभाज्य संख्या होता है।  
Prove that the characteristic of an integral domain is either zero or prime numbers.

**UNIT - 5**

(अ) यदि  $(1+x)^n = p_0 + p_1x + p_2x^2 + \dots$ , तो दर्शाइए कि : show that :

$$p_1 - p_3 + p_5 \dots = 2^{n/2} \sin \frac{2\pi}{2}$$

$$p_0 - p_2 + p_4 \dots = 2^{n/2} \cos \frac{2\pi}{2}$$

(ब) यदि  $\tan(\alpha + i\beta) = x + iy$ , तो सिद्ध कीजिए : prove that :  
 $x^2 + y^2 - 2y \coth 2\beta + 1 = 0$

OR

(अ) सिद्ध कीजिए : Prove that :  $\tan \left( i \log \frac{a - ib}{a + ib} \right) = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$

(ब) सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\pi}{4} = \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{7} \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{2}{3^3} + \frac{1}{7^3} \right) + \frac{1}{5} \left( \frac{2}{3^5} + \frac{1}{7^5} \right) - \dots$$

**a2zSubjects.com**

---