MATHEMATICS - Paper 2nd : 2013 Annual
Abstract Algebra

UNIT - 1

(अ) सिद्ध कीजिए कि किसी समूह का केन्द्र प्रसामान्य उपसमूह होता है।
Prove that centre of any group is a normal subgroup.

(ब) अन-आबेली समूहों के लिए कौशी प्रमेय को लिखकर हल कीजिए।
State and prove Cauchy theorem for non- abelian group.

(स) संयुग्मी अवयव की परिभाषा दीजिए तथा "गणन सिद्धान्त" को सिद्ध कीजिए।
Define conjugate of an element and prove the "Counting principle".

UNIT - 2

(अ) वलय के लिए समाकारिता के मूलभूत प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।
State and prove fundamental theorem on Homomorphism of rings.

(ब) यूक्लिड वलय को परिभाषित कीजिए तथा दिखाइये कि गाउस पूर्णांकों को वलय, यूक्लिड वलय होता है। Define Euclidean rings and show that the ring of Gaussian integers is a Euclidean ring.

(स) आइंस्टीन सूत्र की मदद से दिखाइये कि बहुपद $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ परिमेय संख्याओं के क्षेत्र के लिए अखण्डनीय है।
With the help of Eienstein criterion show that $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ is irreducible over the field of rational numbers.

UNIT - 3

(अ) दिखाइये कि किसी सदिश समष्टि के दो सदिश उपसमष्टियों का सर्वनिष्ठ एक सदिश उपसमष्टि होता है। Show that the intersection of two subspaces of a vector space is also a vector subspace.

(ब) रैखिकत: स्वतंत्र को परिभाषित कीजिए। बताइए कि सदिश (2, 3, –1), (–1, 4, –2), (1, 18, –4) रैखिकत: परतंत्र है या नहीं। Define lincarly independent. Examine whether the set of vectors (2, 3, –1), (–1, 4, –2), (1, 18, –4) in linearly dependent or not.

(स) सिद्ध कीजिए : Prove that : $\dim \frac{V}{W} = \dim V - \dim W$

जहाँ V सदिश समष्टि और W उसका सदिश उपसमष्टि है।
where V is a vector space with W as vector subspace.

UNIT - 4

(अ) दिये हुए रैखिक रूपान्तरण $T : T[a, b, c] = (2b + c, a - 4b, 3a)$
के लिए आधार : $B = 1\{(1, 1, 1), (1, 1, 0,), (1, 0, 0)\}$
के सापेक्ष आव्यूह निरूपित कीजिए तथा : $[T; B][\alpha : B] = [T(\alpha) ; B]$
का सत्यापन कीजिए।

http://prsuonline.com
http://prsuonline.com

Find and matrix representation of the linear transformation T defined as : T [a, b, c] = (2b + c, a - 4b, 3a) corresponding to the basis : B = 1{(1, 1, 1), (1, 1, 0,), (1, 0, 0)}
and verify that : [T; B] [α : B] = [T(α) ; B]

(ब) शून्य समष्टि को परिभाषित कीजिए। दिखाइए कि यदि दो सदिश समष्टियों U (F) और V (F) के बीच रैखिक रूपान्तरण T हो, तो शून्य समष्टि, U (F) की उपसमष्टि होती है।

Define Null space of linear transformation and show that if T is a linear transformation from U (F) to V (F), then the null space of T is a subspace of U (F).

(स) यदि T निम्न प्रकार परिभाषित है :

$$T (a, b, c) = (3a + c, - 2a + b, - a + 2b + 4c)$$

तो सिद्ध कीजिए कि T अविचित्र और व्युत्क्रमणीय होगा।

If T is defined as : T (a, b, c) = (3a + c, - 2a + b, - a + 2b + 4c) then show that T is non- singular and invertible.

UNIT - 5

(अ) $\alpha = (a_1, a_2), \beta = (b_1, b_2) \in V_2(R)$ के लिए दिखाइये कि $V_2(R)$ आतंरगुंणन समष्टि होगा, जबकि आतंरगुणन की परिभाषा निम्न प्रकार है :

$$(\alpha, \beta) = 3a_1 b_1 + 2a_2 b_2 \in V_2(R)$$

If $\alpha = (a_1, a_2), \beta = (b_1, b_2) \in V_2(R)$ then show that $V_2(R)$ be an inner product space for the inner product :

$$(\alpha, \beta) = 3a_1 b_1 + 2a_2 b_2 \in V_2(R)$$

(ब) कोशी- स्वार्ज की असमिका को लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Cauchy- Schwarz inequality.

(स) लाम्बिक आधार को परिभाषित कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि किसी अंतरगुणन समष्टि V में शून्येतर सदियों का लाम्बिक समुच्चय रैखिकत: स्वतंत्र होता है।

Define orthogonal basis and prove that in inner product space V, an orthogonal set of non- zero vectors is linearly independent.

http://prsuonline.com
http://prsuonline.com