

[3]

ROLL No. _____

LS—111

ANNUAL EXAMINATION, 2014

B. Sc. I

MATHEMATICS

Paper III

[Vector Analysis and Geometry]

Time : Three Hours]

[M. M. : 50

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई - I / UNIT - I

1. (a) सिद्ध कीजिए कि—

$$a' \times b' + b' \times c' + c' \times a' = \frac{a+b+c}{(abc)}.$$

Prove that :

$$a' \times b' + b' \times c' + c' \times a' = \frac{a+b+c}{(abc)}.$$

P. T. O.

(c) गॉस प्रमेय को सत्यापित कीजिए और दर्शाइये कि—

$$\iint_S [(x^3 - yz) i - 2x^2 yj + 2k] \cdot n \, ds = \frac{1}{3} a^5.$$

Verify Gauss theorem and show that :

$$\iint_S [(x^3 - yz) i - 2x^2 yj + 2k] \cdot n \, ds = \frac{1}{3} a^5.$$

इकाई - III / UNIT - III

3. (a) शंकव का अनुरेखण कीजिए $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$ । नाभियाँ एवं उत्केन्द्रता भी ज्ञात कीजिए।

Trace the conic $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$. Find also foci and eccentricity.

(b) यदि PSP' एक नाभिक जीवा है उस शंकव जिसकी नाभि S तथा समीकरण $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SP'} =$ एक स्थिरांक है।

If PSP' is a focal chord of a conic whose focus is S and the equations is $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$, then prove that $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SP'} =$ a constant.

(c) यदि एक वृत्त शंकव $4x^2 + by^2 = 1$ के साथ द्वि-सम्पर्क रखता है, तो दर्शाइये कि सम्पर्क जीवा एक-दूसरे के समान्तर होता है।

If a circle has double contact with the conic $4x^2 + by^2 = 1$, show that the chord of contact is parallel to one or other of the axes.

LS—111

P. T. O.

[4]

इकाई - IV / UNIT - IV

4. (a) बिन्दुओं $(2, -1, 0)$ तथा $(3, -4, 5)$ से होकर जाने वाले और रेखा $2x = 3y = 4z$ के समान्तर समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the plane through the points $(2, -1, 0)$ and $(3, -4, 5)$ and parallel to the line $2x = 3y = 4z$.

- (b) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जो तीनों निर्देशाक्षों और सरल रेखाओं $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$, $\frac{x}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ से होकर जाता है।

Find the equation of the cone which passes through the three co-ordinate axes and the straight lines $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$, $\frac{x}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

- (c) उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका अक्ष $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3}$ है तथा जो बिन्दु $(0, 0, 3)$ से गुजरता है।

Find the equation of right circular cylinder whose axis is $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3}$ and which passes through the points $(0, 0, 3)$.

इकाई - V / UNIT - V

5. (a) सरल रेखा $7x + 10y = 30$, $5y - 3z = 0$ से होकर जाने वाले दीर्घवृत्तज $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 60$ के स्पर्श तलों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

[5]

Find the equation of tangent planes to the ellipsoid $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 60$ which pass through the line $7x + 10y = 30$, $5y - 3z = 0$.

- (b) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जबकि समतल $lx + my + nz = 1$ परवलयज $x^2 + y^2 = 2z$ का एक स्पर्श तल है।

Find the condition that the plane $lx + my + nz = 1$ may be a tangent plane to the paraboloid $x^2 + y^2 = 2z$.

- (c) अतिपरवलयज $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ के बिन्दु $(2, 3, -4)$ से जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of generating lines of the hyperboloid $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ which pass through the point $(2, 3, -4)$.

— A —