Roll No. .... Total Printed Pages - 9

F-3245

B.A. (Part - II) Examination, 2022

(Old/New Course)

Mathematics

PAPER THIRD

(Mechanics)

Time : Three Hours] *[Maximum Marks:50*

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts for each question. All questions carry equal marks.

इकाई - 1 / Unit - 1

1. (a) रेखाओं $x + y = 1,\ y - x = 1,\ y = 2$ द्वारा निर्मित त्रिभुज की भुजाओं के अनुदिश तीन बल P, Q, R क्रियाशील है।

उनके परिणामी की क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Three forces P, Q, R act along the sides of the triangle formed by the lines $x + y = 1,\ y - x = 1,\ y = 2$. Find the equation of the line of action of their resultant.

(b) दो बराबर एक समान छड़ें AB और AC प्रत्येक की लंबाई 2b है, A पर स्वतंत्रतापूर्वक जुड़े हैं और त्रिज्या a के एक चिकने उर्ध्वाधर वृक पर विराम में है। दर्शाइये कि यदि उनके बीच का योग 2θ हो तो,

$$b\sin^3\theta = a\cos\theta.$$

Two equal uniform rods AB and AC, each of length 2b, are freely joined at A and rest on a. Smooth vertical circle of radius a. Show that if 2θ be the agle between them, then

$$b\sin^3\theta = a\cos\theta$$

(c) 25 फुट लम्बाई की एक समांग डोरी को, एक ही क्षैतिज समतल में स्थित दो बिन्दुओं से इस प्रकार लडकाया गया है कि महत्तम तनाव, b लंबाई की डोरी के भार से अधिक न हो। दर्शाइये कि इसकी महत्तम विस्तृति हैः

$$\sqrt{b^2 - 5^2}\,.\log\ \frac{b+5}{b-5}$$

A uniform string of length 25 feet, hanged between two points at the same horizontal place in such a way that its maximum tension should not exceed from the weight of string of length b. Show that its greatest span is:

$$\sqrt{b^2 - 5^2}\,.\log\ \frac{b+5}{b-5}$$

इकाई - 2 / Unit - 2

2. (a) निर्देशांक्षों और सरल रेखा

$$\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$$

पर क्रमशः बराबर बल किया करते हैं। इस बल निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Equal forces act along the co-ordinate axes and the straight line

$$\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$$

Find equation of central axis of this system of forces.

(b) सिद्ध कीजिए कि, किसी भी रेन्च को अनंत तरीके से दो रेन्चों में नियोजित किया जा सकता है, जिनके अक्ष एक समकोण पर काटते हैं।

Prove that wrench may be resolved into two wrenches, whose axes intersect at right angles, in an infinite number of ways.

(c) डायनेम (X, Y, Z, L, M, N) के लिए समतल $x + y + z = 0$ का शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x + y + z = 0$ for the dyname (X, Y, Z, L, M, N).

इकाई - 3 / Unit - 3

3. (a) आयाम 'a' तथा आवर्तकाल T की सरल अवर्तगति में दर्शाइये कि केन्द्र से *x* दूरी पर वेग V निम्नलिखित संबंध द्वारा दिया जाता है–

$$V^2 T^2 = 4z\,(a^2 - x^2)$$

Show that in a S.H.M of amplitude 'a' and period T, the velocity V at a distance *x* from the centre is

given by the relation.

$$V^2 T^2 = 4z (a^2 - x^2)$$

(b) एक बिन्दु P, O के सापेक्ष अचर कोणीय वेग से समान कोणिक सर्किल $r = Ge^{\theta}$ पर गतिमान है। जहां O सर्किल का ध्रुव है। P का त्रिज्य और अनुप्रस्थ त्वरण ज्ञात कीजिए।

A point P moves along an equiangular spiral $r = Ge^{\theta}$ with constant angular velocity about O, where O is the pole of the equiangular spiral. Find radial and transverse accelerations of P.

(c) एक प्रक्षेप का क्षैतिज तल पर परास प्राप्त की गई महत्तम ऊंचाई का तिगुना है। सिद्ध कीजिए कि उड्डयन काल $\frac{8u}{5g}$ है जहाँ u प्रक्षेप वेग है।

The range of a projectile on a horizontal plane is 3 times the greatest height attained. Show that the time of height is $\frac{8u}{5g}$, where u us the velocity of projection.

इकाई - 4 / Unit - 4

4. (a) एक पिण्ड एक बल, जो नाभि की ओर रिष्ट है, के अन्तर्गत उत्केन्द्रता e का एक दीर्घवृत निर्मित कर रहा है, और जब यह निकटतम आयत पर होता है और बल केन्द्र को दूसरी नाभि पर स्थानांतरित कर दिया जाता है, सिद्ध करो कि नये कक्ष की उत्केन्द्रक $\frac{e(3+e)}{(1-e)}$ है।

A body is describing an ellipse of eccentricity *e* under the action of a force tending to a focus and when at the nearer apse and centre of force is transferred to the other focus. Prove that the eccentricity of the new orbit is $\frac{e(3+e)}{(1-e)}$.

(b) एक कण अचर वेग v से एक वक्र पर भ्रमण करता है, जिसके लिए s तथा ψ दोनों साथ-साथ शून्य होते हैं। किसी बिन्दु s पर त्वरण $\frac{v^2 c}{s^2+c^2}$ हो, तब सिद्ध कीजिए कि वक्र एक कैटनरी है।

A particle moves on a curve with constant velocity v, for which s and ψ vanish simultaneously. If

the acceleration at any point s be $\frac{v^2c}{s^2+c^2}$. Then prove that the curve is catenary.

(c) एक कण उर्ध्वाधर समतल में एक दिये हुए रूक्ष वक्र पर गुरुत्व के अन्तर्गत नीचे की और खिसकता है, गति की विवेचना कीजिए।

A particle sides down a rough curve in a vertical plane under gravity, to discuss the motion.

इकाई - 5 / Unit - 5

5. (a) एक कण *V* वेग से एक चिकने क्षैतिज समतल पर ऐसे माध्यम में प्रक्षेपित किया जाता है, जिसकी प्रति इकाई संहति पर प्रतिरोध *k* (वेग) है। दर्शाइये कि *t* समय के पश्चात् कण का वेग *v* और इस समय में चली गई दूरी *s* निम्नांकित से दी जाती है -

$$v = Ve^{-kt} \text{ और}$$

$$s = \frac{V}{k}(1-e^{-kt}).$$

A particle is projected with velocity *V* along a smooth horizontal plane in a resisting medium whose resistance per unit mass is *k* (velocity).

Show that the velocity *v* after a time *t* and the distance traversed *s* in that time are given by:

$$v = Ve^{-kt} \text{ and}$$

$$s = \frac{V}{k}(1-e^{-kt})$$

(b) तरल की एक गोलाकार बूंद वाष्प में गिरते हुए संघनन द्वारा τ की अचर दर से द्रव्यमान प्राप्त करती है। दर्शाओ कि विराम में गिरते हुए *t* समय बाद इसका वेग है -

$$\frac{1}{2}gt\left[1+\frac{M}{M+\tau t}\right]$$

A spherical drop of liquid falling freely in a vapour acquires mass by condensation at a constant rate τ. Show that the velocity after falling from rest in time *t* is

$$\frac{1}{2}gt\left[1+\frac{M}{M+\tau t}\right]$$

(c) यदि एक कण त्रियिक दिशा में गतिमान है तो कार्नीय निर्देशांकों के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

If a particle moves in three dimensions, then find the acceleration of the particle in terms of Cartesians co-ordinates.

https://www.prsunotes.com/