

Roll No. ....

Total Printed Pages - 7

**F - 3145**

**B. A. (Part - I) Examination, 2022  
(New Course)  
Mathematics  
Paper First  
(Algebra and Trigonometry)**

*Time : Three Hours]*

*[Maximum Marks:50*

**नोट:** प्रत्येक प्रश्न में से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note:** Solve any two parts of each question. All questions carry equal marks.

**इकाई - 1/Unit - 1**

1. (अ) प्रारम्भिक रूपान्तरणों की सहायता से  $A^{-1}$  का मान ज्ञात

[2]

कीजिए जहाँ  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

With the help of elementary transformation find  $A^{-1}$

where  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

**अथवा/OR**

(ब) आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$  के अभिलाक्षणिक मूल

और संगत अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिये।

Find the characteristic values and the corresponding characteristic vector of the Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 0 & c & -b \\ -c & 0 & a \\ b & -a & 0 \end{bmatrix}$$

P.T.O.

F - 3145

[3]

(स) दर्शाइये कि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 0 & c & -b \\ -c & 0 & a \\ b & -a & 0 \end{bmatrix}$  कैले-हेमिल्टन

प्रमेय को सन्तुष्ट करते हैं। अतः  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिये।

Show that the matrix  $A = \begin{bmatrix} 0 & c & -b \\ -c & 0 & a \\ b & -a & 0 \end{bmatrix}$  satisfies

Cayley- Hamilton theorem. Hence find  $A^{-1}$ .

### इकाई - 2/Unit - 2

2. (अ) दिखाइये कि निम्न समीकरण असंगत है: (आव्यूह विधि द्वारा)

$$x + y + z = -3$$

$$3x + y - 2z = -2$$

$$2x + 4y + 7z = 7$$

[4]

Show that the following equations are inconsistent (using matrix method):

$$x + y + z = -3$$

$$3x + y - 2z = -2$$

$$2x + 4y + 7z = 7$$

(ब) यदि समीकरण  $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$  के मूल गुणोत्तर श्रेणी (G.P.) में हो तो सिद्ध कीजिए कि  $p^3r = q^3$ .

If the roots of the equation  $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$  are in G.P., then Prove that  $p^3r = q^3$ .

(स) समीकरण  $x^3 - 15x - 126 = 0$  को कार्डन विधि से हल कीजिए।

Solve the equation  $x^3 - 15x - 126 = 0$ , by Cardon's Method.

### इकाई - 3/Unit - 3

3. (अ) यदि  $R$  शून्य रहित पूर्णाकों का समुच्चय हो और संबंध  $R$  इस प्रकार परिभाषित है कि  $xRy$  यदि और केवल यदि

[5]

$x^y = y^x$ , जबकि  $x, y \in I$ , तो क्या संबंध R एक तुल्यता संबंध है?

If I is the set of non - zero integers and a relation R is defined by  $xRy$  iff  $x^y = y^x$ , where  $x, y \in I$ , then whether the relation R is an equivalence relation?

(ब) यदि समुच्चय  $S = R - \{1\}$  में, जहाँ R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है,  $*$  एक संक्रिया है, जहाँ  $a*b = a+b, -ab \forall a, b \in S$  तो सिद्ध कीजिए कि  $(S, *)$  एक समूह है।

If in set  $S = R - \{1\}$ , where R is the set of all real numbers,  $*$  is an operation where,  $a*b = a+b, -ab \forall a, b \in S$ , then prove that  $(S, *)$  is a group.

(स) कैली का प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Cayley's Theorem.

#### इकाई - 4/Unit - 4

4. (अ) समाकारिता का मूलभूत प्रमेय लिखिए व सिद्ध कीजिए।

State and prove, fundamental theorem on homomorphism.

F - 3145

P.T.O.

[6]

(ब) सिद्ध कीजिये कि समूह  $(G, \cdot) = (\{z: z^n = 1, z \in C\}, \cdot)$  समूह

$(G', +_n) = (\{0, 1, 2, \dots, (n-1)\}, +_n)$  से तुल्याकारी है।

Prove that the group  $(G, \cdot) = (\{z: z^n = 1, z \in C\}, \cdot)$  is isomorphic to the group  $(G', +_n) = (\{0, 1, 2, \dots, (n-1)\}, +_n)$

(स) दर्शाइये कि  $a + b\sqrt{2}$  के रूप की संख्याओं का समुच्चय, जहाँ a और b परिमेय संख्यायें हैं, एक क्षेत्र है।

Show that the set of numbers of the form  $a + b\sqrt{2}$ , with a and b as rational numbers is a field.

#### इकाई - 5/Unit - 5

5. (अ) यदि  $x + \frac{1}{x} = 2\cos\theta$ , तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos n\theta \text{ तथा } x^n - \frac{1}{x^n} = 2i \sin n\theta$$

If  $x + \frac{1}{x} = 2\cos\theta$ , then prove that

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos n\theta \text{ and } x^n - \frac{1}{x^n} = 2i \sin n\theta$$

F - 3145

[7]

(ब) यदि  $\tan(\alpha + i\beta) = x + iy$ , सिद्ध कीजिए कि

(i)  $x^2 + y^2 + 2x \cot 2\alpha = 1$

(ii)  $x^2 + y^2 - 2y \coth 2\beta + 1 = 0$

If  $\tan(\alpha + i\beta) = x + iy$ , prove that

(i)  $x^2 + y^2 + 2x \cot 2\alpha = 1$

(ii)  $x^2 + y^2 - 2y \coth 2\beta + 1 = 0$

(स) सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\pi}{12} = \left(1 - \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right) - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right) + \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right) - \dots \infty$$

Prove that

$$\frac{\pi}{12} = \left(1 - \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right) - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right) + \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}\right) - \dots \infty$$