

Paper Third : 2016 Annual Discrete Mathematics

नोट : सभी पाँच प्रश्न के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अचिवाय है।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

UNIT - 1

(अ) गणितीय आगमन से सिद्ध कीजिए कि :

Prove by mathematical induction that :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$$

(ब) समीकरण $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13$, $0 \leq x_i \leq 5$, $i = 0$ से 5 तक के सभी पूर्णांक हलों को ज्ञात कीजिए।

Find the integer solutions of equation

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13, 0 \leq x_i \leq 5, i = 0 \text{ to } 5.$$

(स) प्रायिकता का गुणन नियम लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove multiplication law of probability.

UNIT - 2

(अ) सिद्ध कीजिए कि 1,00,000 व्यक्तियों में कम से कम दो व्यक्ति ऐसे हैं जिन्होंने ठीक एक समय (घंटा, मिनट, सेकण्ड) में जन्म लिया है।

Prove that among 1,00,000 people, there are at least two who were born at exactly the same time (hour, minute and second)

(ब) तुल्यता सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए। यदि I पूर्णाकों का समुच्चय है तथा सम्बन्ध $xRy \Rightarrow x - y$, एक समपूर्णांक है को सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

Define equivalence relation. If I is the set of integers and the relation $xRy \Rightarrow x - y$, is an even integer, then prove that R is an equivalence relation.

(स) एक ग्राफ $G = (V, E)$ दिया हुआ है जिसमें :

$V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$, $E = \{(V_1, V_2), (V_1, V_5), (V_2, V_3), (V_2, V_4), (V_3, V_4), (V_3, V_5), (V_4, V_5)\}$ उपर्युक्त ग्राफ की आसन्नता व आपतन आव्यूह ज्ञात कीजिए।

The following graph $G = (V, E)$ where :

$V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$, $E = \{(V_1, V_2), (V_1, V_5), (V_2, V_3), (V_2, V_4), (V_3, V_4), (V_3, V_5), (V_4, V_5)\}$ is given, find the adjacency and incidence matrix of the above graph.

UNIT - 3

- (अ) बबल सॉर्ट एल्गोरिथ्म लिखिए। Write Bubble Sort Algorithm.
(ब) $a * b$ का विधाकरण कीजिए : Determine $a * b$ where :

$$a_r = \begin{cases} 1, & 0 \leq r \leq 2 \\ 0, & r \geq 3 \end{cases} \quad b_r = \begin{cases} 1, & 0 \leq r \leq 2 \\ 0, & r \geq 3 \end{cases}$$

- (स) जनक फलनों का प्रयोग करके निम्नलिखित योगफल को ज्ञात कीजिए :
By using the generating function, evaluate the following :
 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$

UNIT - 4

- (अ) जनक फलन विधि द्वारा निम्नलिखित अंतर समीकरण को हल कीजिए :
Solve the following difference equation by method of generating function : <http://prsuonline.com>

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2^r + r, r \geq 2$$

- (ब) निम्नलिखित अन्तर समीकरण को हल कीजिए :
Solve the following difference equation :

$$4a_r - 20a_{r-1} + 17a_{r-2} - 4a_{r-3} = 0$$

- (स) सिद्ध कीजिए कि एक परिमित समूह के किसी उपसमूह की कोटि उस समूह की कोटि की विभाजक होती है। Prove that the order of any subgroup of a finite group is a divisor of the order of the group.

UNIT - 5

- (अ) बूलिय बीजगणित $(B, \vee, \wedge, ')$ में कितनी दो अवयवों a तथा b के लिए सिद्ध कीजिए कि :
For any a and b in a Boolean algebra $(B, \vee, \wedge, ')$, prove that :

$$(i) (a \vee b)' = a' \wedge b' \quad (ii) (a \wedge b)' = a' \vee b'$$

- (ब) सत्यता सारणी की सहायता से सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कथन तुल्य है :
Establish equivalence of the following statements with the help of truth table :

$$(i) p \Leftrightarrow q \quad (ii) (\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \quad (iii) (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

- (स) स्विचन फलन : $F(x, y, z) = xyz + xyz' + x'yz' + x'y'z' + x'y'z$
को सरलीकृत स्विचन परिपथ से प्रस्थापित कीजिए।

Find the simpler switching circuit for the following switchen function : $F(x, y, z) = xyz + xyz' + x'yz' + x'y'z' + x'y'z$