MATHEMATICS - Paper 1st : 2013 Annual
Analysis

UNIT - 1

(अ) दर्शाइए कि, यदि $\sum_{1}^{\infty} a_n$ तथा $\sum_{1}^{\infty} b_n$ क्रमशः A तथा B पर अभिसारी हों तब :

Prove that, if $\sum_{1}^{\infty} a_n$ and $\sum_{1}^{\infty} b_n$ converge to A and B respectively, then : $\sum_{1}^{\infty}(a_n + b_n) = A + B$ $\quad \sum_{1}^{\infty} r \cdot a_n = rA, r \in R$

(ब) दर्शाइए कि फलन : Show that the function :

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(0, 0) पर सतत तो है पर अवकलनीय नहीं है।
if continuous but not differentiable at (0, 0).

(स) फलन के लिए फोरियर श्रेणी ज्ञात कीजिए।
Find the Fourier series for the function

$$f(x) = \begin{cases} -\pi, & \text{when } -\pi < x < 0 \\ x, & \text{when } 0 < x < \pi \end{cases}$$

UNIT - 2

(अ) यदि f तथा g अन्तराल [a, b] में परिबद्ध फलन हैं, तब अन्तराल [a, b] के विभाजन P के लिए सिद्ध कीजिए कि $L(P, f + g) \geq L(P, f) + L(P, g)$.
If f and g be two bounded functions in the interval [a, b], then for a partition P of [a, b], prove that $L(P, f + g) \geq L(P, f) + L(P, g)$.

(ब) फलन $\int_0^a x^{m-1}(1-x)^{n-1}dx$ की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए।

Test the convergence of the integral, $\int_0^a x^{m-1}(1-x)^{n-1}dx$

http://prsuonline.com
http://prsuonline.com

(स) अन्तराल [0, a] में परिभाषित फलन $f(x) = x^2$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $f \in R$ [0, a] तथा $\int_0^a f(x)dx = \frac{1}{3}a^3$.

For the function $f(x) = x^2$, defined in the interval [0, a], prove that $f \in R$ [0, a] and $\int_0^a f(x)dx = \frac{1}{3}a^3$;

UNIT - 3

(अ) सिद्ध कीजिए की दो सम्मिश्र संख्याओं के योग का मापांक उनके मापांको के योग से बड़ा नहीं होता है।

Show that the modulus of the sum of two complex numbers never exceeds the sum of their modulus.

(ब) दर्शाइए कि फलन $u = e^x (x \cos y - y \sin y)$ लाप्लास समीकरण को सन्तुष्ट करता है। संगत विश्लेषिक फलन $f(z) = u + iv$ को ज्ञात कीजिए।

Prove that functions $u = e^x (x \cos y - y \sin y)$ satisfy Laplace equation, Find the corresponding analytical functions $f(z) = u + iv$ http://prsuonline.com

(स) रूपान्तरणों $w = T_1(z) = \frac{z+2}{z+3}$ तथा $w = T_2(z) = \frac{z}{z+1}$ के अन्तर्गत $T_1^{-1}(w)$, $T_2^{-1}(w)$, $T_2T_1(z)$, $T_1^{-1}T_2(z)$ तथा $T_1T_2(z)$ का मान ज्ञात कीजिए।

With respect to the transformations, $w = T_1(z) = \frac{z+2}{z+3}$ and $w = T_2(z) = \frac{z}{z+1}$, find the values of $T_1^{-1}(w)$, $T_2^{-1}(w)$, $T_2T_1(z)$, $T_1^{-1}T_2(z)$ and $T_1T_2(z)$.

UNIT - 4

(अ) माना कि (X, d), एक दूरीक-समष्टि है तथा माना कि $d^* : X \times X \to R : d^*(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}\ \forall\ x, y \in X$। दर्शाइए कि (X, d^*) एक परिबद्ध दूरीक-समष्टि है।

Let (X, d) be a metric space and let $d^* : X \times X \to R : d^*(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}\ \forall\ x, y \in X$. Then prove that (X, d^*) is a bounded metric space.

(ब) सिद्ध कीजिए कि किसी दूरीक समष्टि में प्रत्येक व्युत्पन्न समुच्चय संवृत समुच्चय होता है। Prove that, in a metric space, every derived set is a closed set.

http://prsuonline.com
http://prsuonline.com

(स) सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं का समुच्चय **R**, एक पूर्ण क्रमित क्षेत्र है।
Prove that the set **R** of all real numbers is a complete ordered field.

UNIT - 5

(अ) सिद्ध कीजिए कि, प्रत्येक पूर्ण दूरीक समष्टि द्वितीय संवर्ग का होता है।
Prove that every complete metric space is of second category.

(ब) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक गणनीय सघन दूरीक समष्टि द्वितीय गणनीय होता है।
Prove that, every separable metric space is second countable.

(स) दर्शाइए कि प्रत्येक समदूरीकता एक समरूपता है।
Show that, every Isometry is a Homeomorphism.

http://prsuonline.com
http://prsuonline.com

http://prsuonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से