

A-2116**B. A. (Part I) EXAMINATION, 2017**
MATHEMATICS
Paper Second
(Calculus)
Time : Three Hours]

नोट : प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1
(UNIT—1)

1. (अ) यदि

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{जब } x \leq 1 \\ 3 - ax^2 & \text{जब } x > 1 \end{cases}$$

हो, तो ज्ञात कीजिए कि a के किस मान के लिए फलन $f(x)$ संतत है।

If

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{when } x \leq 1 \\ 3 - ax^2 & \text{when } x > 1 \end{cases}$$

find the value of a , for which the function $f(x)$ is continuous.

(ब) यदि $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$$

If $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$, then prove that :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$$

(स) टेलर प्रमेय से $\sin x$ का प्रसार $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ की घातों में कीजिए।

Expand $\sin x$ using Taylor's theorem in power of $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

इकाई—2
(UNIT—2)

2. (अ) निम्न वक्र की अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए :

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$$

Find the asymptotes of the following curve :

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि चक्रज $x = a(t + \sin t)$ एवं $y = a(1 - \cos t)$ के किसी बिन्दु t पर वक्रता त्रिज्या $4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$ होती है।

Prove that the radius of curvature of cycloid $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ at any point t is $4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$.

(स) वैक्र $x = \log_e \frac{y}{x}$ पर नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the point of inflexion of the curve $x = \log_e \frac{y}{x}$.

[3]

A-2116

इकाई-3

(UNIT-3)

3. (अ) परवलय $y = 4x - x^2$ एवं रेखा $y = x$ के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area between the curve parabola $y = 4x - x^2$ and line $y = x$.

- (ब) वक्र $y = \log\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)$ के $x = 1$ से $x = 2$ तक के चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of arc of the curve $y = \log\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)$ from $x = 1$ to $x = 2$.

- (स) समाकल $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find value of Integral $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$.

इकाई-4

(UNIT-4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x.$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x.$$

- (ब) हृदयाम के कुल $r = a(1 - \cos \theta)$ का लंबकोणीय संघेदी ज्ञात कीजिए, जहाँ a प्राचल है।

Find the orthogonal trajectory of the family of cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$ where a is parameter.

[4]

A-2116

(स) हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} - y \sec x = y^2 \cos x \sin x.$$

Solve :

$$\frac{dy}{dx} - y \sec x = y^2 \cos x \sin x.$$

इकाई-5

(UNIT-5)

5. (अ) स्वतंत्र चर को परिवर्तित करके निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

Solve the following differential equation changing the independent variable :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

- (ब) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 7 \frac{dy}{dx} + 6y = \sin x$$

Solve by method of variation of parameter :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 7 \frac{dy}{dx} + 6y = \sin x$$

- (स) हल कीजिए :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2y &= 2 \cos t - 7 \sin t \\ \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} - 2x &= 4 \cos t - 3 \sin t \end{aligned}$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2y = 2 \cos t - 7 \sin t$$

$$\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} - 2x = 4 \cos t - 3 \sin t$$

A-2116

300